Vecteurs et repères

I. Notion de vecteur

I.1. Vecteurs et translation

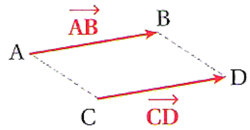
Définition 1

Soit A et A' deux points distincts du plan. On appelle ***translation*** *qui envoie A sur A' la transformation*

I.2. Vecteurs égaux

Définition 2

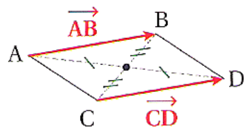
Dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ *signifie que* $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *ont :*
- *même direction*
- *même sens*
- *même longueur*



Remarque: Lorsque A et B sont confondus, on dit que $\overrightarrow{AB}$ est le **vecteur nul** et on le note $\overrightarrow{0}$.

Propriété 1

Soit A, B, C et D quatre points deux à deux distincts. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *sont égaux si et seulement si le quadrilatère ABDC est un parallèlogramme.*



Remarque: I est le milieu de [AB] équivaut à $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$

I.3. Vecteurs opposés

Définition 3

Dire que $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *sont opposés signifie que* $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *ont :*
- *même direction*
- *des sens contraires*
- *même longueur*

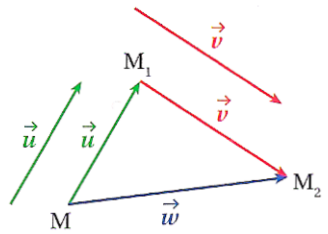
On note $\overrightarrow{BA}$ = - $\overrightarrow{AB}$

II. Somme de deux vecteurs

II.1. Définition

Définition 4

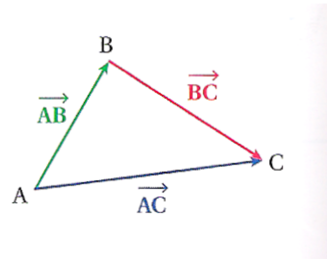
La somme des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$



II.2. Relation de Chasles

Théorème 1

Pour tou points A,B et C du plan, on a : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$



III. Produit d'un vecteur par un réel et colinéarité

III.1. Produit d'un vecteur par un réel

Définition 5

$\vec{u}$ est un vecteur quelconque différent de $\vec{0}$ et k est un nombre réel non nul.On appelle ***produit*** *du vecteur $\vec{u}$ par le réel k, le vecteur noté $k\vec{u}$:*
- *de même direction que $\vec{u}$*
- *de même sens que $\vec{u}$ si $k > 0$, et de sens contraire si $k < 0$*
- *de norme égale à* $\begin{cases} k \text{ fois la norme de } \vec{u} \text{ si } k > 0; \\ -k \text{ fois la norme de } \vec{u} \text{ si } k < 0. \end{cases}$

III.2. Colinéarité de deux vecteurs

Définition 6

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires s'ils ont même direction, c'est à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Propriété 2

A,B,C et D sont quatre points deux à deux distincts du plan.

- (AB) et (CD) parallèles équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires.
- A, B et C alignés équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires.

IV. Repères du plan, coordonnées

IV.1. Repères du plan

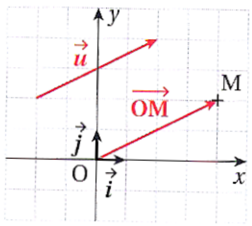
Définition 7

On appelle ***repère du plan*** *tout triplet $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où O est un point et $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont deux vecteurs non colinéaires. Le repère est dit :*
- ***orthogonal*** *si $\vec{i}$ et $\vec{j}$ ont des directions perpendiculaires.*
- ***orthonormé*** *s'il est orthogonal et si $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont de même norme.*

IV.2. Coordonnées d'un vecteur

Définition 8

Dan un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, les ***coordonnées*** *de $\vec{u}$ sont celles du point M tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$.*



Propriété 3

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées respectives $(x; y)$ et $(x'; y')$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. *$\vec{u} = \vec{v}$ équivaut à $x = x'$ et $y = y'$*
2. *Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $(x + x'; y + y')$.*
3. *Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $(kx; kx')$.*

De plus, si A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

IV.3. Critère de colinéarité

Propriété 4

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées respectives $(x; y)$ et $(x'; y')$. Alors "$\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires" équivaut à $xy' - x'y = 0$.

IV.4. Milieu d'un segment, distance

Propriété 5

Soit A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.
- *Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées $(\frac{1}{2}(x_A + x_B); \frac{1}{2}(y_A + y_B))$*
- *La distance AB est donnée par : $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$*