

Vecteurs et repères

I. Notion de vecteur

I.1. Vecteurs et translation

Définition 1

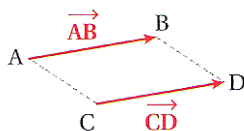
Soit A et A' deux points distincts du plan. On appelle **translation** qui envoie A sur A' la transformation

I.2. Vecteurs égaux

Définition 2

Dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ont :

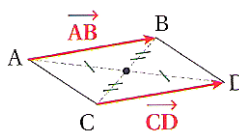
- même direction
- même sens
- même longueur



Remarque: Lorsque A et B sont confondus, on dit que \overrightarrow{AB} est le **vecteur nul** et on le note $\vec{0}$.

Propriété 1

Soit A, B, C et D quatre points deux à deux distincts. Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont égaux si et seulement si le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.



Remarque: I est le milieu de $[AB]$ équivaut à $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

I.3. Vecteurs opposés

Définition 3

Dire que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont opposés signifie que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ont :

- même direction
- des sens contraires
- même longueur

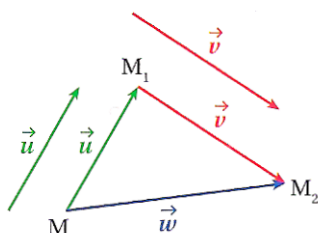
On note $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

II. Somme de deux vecteurs

II.1. Définition

Définition 4

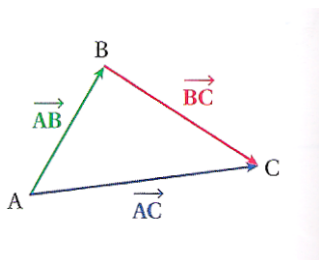
La somme des deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur \vec{u} et de vecteur \vec{v}



II.2. Relation de Chasles

Théorème 1

Pour tous points A, B et C du plan, on a : $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$



III. Produit d'un vecteur par un réel et colinéarité

III.1. Produit d'un vecteur par un réel

Définition 5

\vec{u} est un vecteur quelconque différent de $\vec{0}$ et k est un nombre réel non nul. On appelle **produit** du vecteur \vec{u} par le réel k , le vecteur noté $k\vec{u}$:

- de même direction que \vec{u}
- de même sens que \vec{u} si $k > 0$, et de sens contraire si $k < 0$
- de norme égale à $\begin{cases} k \text{ fois la norme de } \vec{u} \text{ si } k > 0; \\ -k \text{ fois la norme de } \vec{u} \text{ si } k < 0. \end{cases}$

III.2. Colinéarité de deux vecteurs

Définition 6

Deux vecteurs non nuls \vec{u} et \vec{v} sont dits colinéaires s'ils ont même direction, c'est à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Propriété 2

A, B, C et D sont quatre points deux à deux distincts du plan.

- (AB) et (CD) parallèles équivaut à \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} colinéaires.
- A, B et C alignés équivaut à \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} colinéaires.

IV. Repères du plan, coordonnées

IV.1. Repères du plan

Définition 7

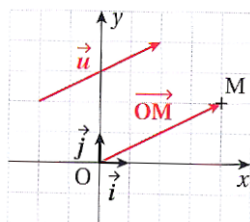
On appelle **repère du plan** tout triplet (O, \vec{i}, \vec{j}) où O est un point et \vec{i} et \vec{j} sont deux vecteurs non colinéaires. Le repère est dit :

- **orthogonal** si \vec{i} et \vec{j} ont des directions perpendiculaires.
- **orthonormé** s'il est orthogonal et si \vec{i} et \vec{j} sont de même norme.

IV.2. Coordonnées d'un vecteur

Définition 8

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan, les **coordonnées** de \vec{u} sont celles du point M tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$.



Propriété 3

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs de coordonnées respectives $(x; y)$ et $(x'; y')$ dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. $\vec{u} = \vec{v}$ équivaut à $x = x'$ et $y = y'$
2. Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $(x + x'; y + y')$.
3. Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $(kx; ky)$.

De plus, si A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ alors \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

IV.3. Critère de colinéarité

Propriété 4

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs de coordonnées respectives $(x; y)$ et $(x'; y')$. Alors " \vec{u} et \vec{v} colinéaires" équivaut à $xy' - x'y = 0$.

IV.4. Milieu d'un segment, distance

Propriété 5

Soit A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.

- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées $(\frac{1}{2}(x_A + x_B); \frac{1}{2}(y_A + y_B))$
- La distance AB est donnée par : $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$