VECTEURS

I Rappels

1. Définition

Dire que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ signifie que:

- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même ....
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même ....
- Les longueurs AB et CD sont ....

Remarque: Dans ce cas .... est un parallèlogramme.

Lorsque A et B sont confondus, on dit que $\overrightarrow{AB}$ est le .... et on le note ....

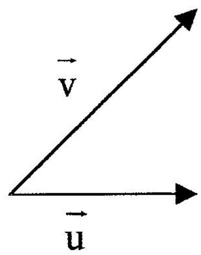
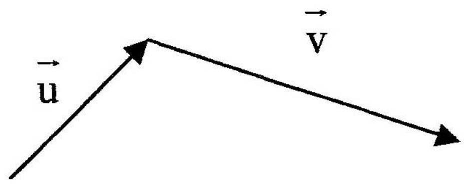
2. Norme d'un vecteur

Soit $\vec{u}$ un vecteur, A et B deux points tels que $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$. La norme du vecteur $\vec{u}$ est ....

3. Addition de vecteurs

Définition:

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. La somme de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ peut être représentée de deux façons:

– Relation de Chasles: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$	
– La règle du parallèlogramme: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ est le vecteur $\overrightarrow{OM}$ tel que .... est un parallèlogramme.	

Propriétés:

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ du plan:

$\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$

$(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=$...........................

$\vec{u}+\vec{0}=$ **.....................**

Opposé d'un vecteur:

Soit $\vec{u}$ un vecteur. L'opposé de $\vec{u}$ est le vecteur $-\vec{u}$ tel que: $\vec{u}+(-\vec{u})=$................

Remarque: si $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ alors $-\vec{u}=$..............

En effet, pour tous points A et B du plan, on a: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=$........... donc $-\overrightarrow{AB}=$.............

II Multiplication d'un vecteur par un réel

1. Définition

Soit $\vec{u}$ un vecteur et *k* un réel quelconque. On appelle produit du vecteur $\vec{u}$ par le nombre *k* le vecteur noté $k\,\vec{u}$ tel que:

- si $k > 0$ alors le vecteur $k\,\vec{u}$ a même direction, même sens que $\vec{u}$ et a pour longueur *k* multiplié par la norme de $\vec{u}$
- si $k < 0$ alors le vecteur $k\,\vec{u}$ a même direction, de sens contraire à $\vec{u}$ et a pour longueur -*k* multiplié par la norme de $\vec{u}$
- si $k = 0$ alors le vecteur $k\,\vec{u}$ est le vecteur $\vec{0}$

2. Propriétés

a) $a\,\vec{u} + b\,\vec{u} = (a+b)\,\vec{u}$

b) $a(b\,\vec{u}) = (ab)\,\vec{u}$

c) $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\,\vec{u} + b\,\vec{v}$

III Colinéarité

<u>Définition:</u>

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel k non nul tel que $\vec{u} = k\,\vec{v}$

Exemple: $\vec{v} = 3\,\vec{u}$

<u>Théorème:</u>

- Trois points *A, B* et *C* sont aligné si et seulemnt si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires
- Deux droites (AB) et (MN) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires.

Exemple:

ABC un triangle, M et N sont les points définis par:

$$\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{BC}$$

1. Exprimer $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
2. En déduire que *A*, *M* et *N* sont alignés