PROBABILITES

I. Vocabulaire des probabilités

Vocabulaire	Description	Exemple	Notation
Expérience aléatoire	Expérience dont les résultats dépendent du hasard	Lancer un dé à six faces	
Univers	Ensemble des résultats possibles	{1,2,3,4,5,6}	Ω
Evénement	Une partie de l'univers	« Obtenir un nombre pair »={2,4,6}	A (par ex)
Evénement élémentaire	Un événement d'un seul résultat	« Obtenir un 5 »={5}	
Evénement impossible	Un événement sans résultat	« Obtenir un 7 »= $\varnothing$	

Soient A : « Obtenir un nombre pair » et B : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 3» deux événements.
$A=\{2,4,6\}$ *et* $B=\{1,2,3\}$

Vocabulaire	Description	Exemple	Notation
Evénement contraire de A	« Obtenir un nombre impair »	{1,3,5}	$\overline{A}$
Evénement contraire de B	« Obtenir un nombre impair »	{4,5,6}	$\overline{B}$
Intersection de A et B	« Obtenir un nombre pair inférieur ou égal à 3 »	{2}	A ∩ B
Réunion de A et B	« Obtenir un nombre pair ou un nombre inférieur ou égal à 3 »	{1,2,3,4,6}	A ∪ B

II. Probabilité

Une probabilité *P* sur un univers fini est une application qui, à chaque événement élémentaire ω , associe un nombre réel $P(\omega)$ compris en tre 0 et 1 tel que:

– La probabilité d'un événement soit la somme des propabilités des événements élmentaires qui le composent
– La probabilité de l'univers soit égale à 1.

<u>Théorème:</u>
Soit Ω un univers fini, A et B deux événements et P une probabilité définie sur Ω . Alors:
- $0\leqslant P(A)\leqslant 1$
- $P(\overline{A})=1-P(A)$
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

Le cas de l'équiprobabilité: si tous les événements élémentaires ont la même probabilité.

Alors pour tout événement A, $P(A)=\frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{nombre\,de\,cas\,favorables}{nombre\,de\,cas\,possibles}$

III. Variable aléatoire *(cf act 2 p 257)*

1. Définition

Exemple: On lance 3 fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On gagne 2 € pour chaque résultat « pile » et on perd 1 € pour chaque « face »

Quels sont les gains possibles ? Avec quelles probabilités ?

Gain X	$x_1=+6$	$x_2=+3$	$x_3=0$	$x_4=-3$
Probabilité $P(X=x_i)$	$p_1=\frac{1}{8}$	$p_2=\frac{3}{8}$	$p_3=\frac{3}{8}$	$p_4=\frac{1}{8}$

Définition:

On appelle variable aléatoire *X* une fonction qui, à tout événement élémentaire associe un nombre réel.

On notera *{X=a}* l'événement qui contient tous les résultats de l'expérience aléatoire ssociés à la valeur *a*.

2. Loi de probabilité

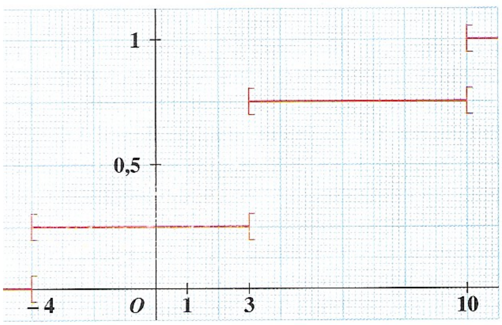
Soit *X* une variable aléatoire définie sur un univers Ω muni d'une probabilité *P*. On appelle x_1 , x_2 , ... x_n les valeurs prises par *X*. La loi de probabilité de *X* est la fonction qui, à chacune des valuers x_i fait correspondre la probabilité p_i de l'événement $X=x_i$

Remarque: On présente souvent une loi de probabilité dans un tableau:

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X=x_i)$	p_1	p_2	...	p_n

3. Fonction de répartition

Soit *X* une variable aléatoire définie sur un univers Ω muni d'une probabilité P. On appelle fonction de répartition de *X* la fonction *F* définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=P(X\leqslant x)$



4. Espérance, variance et écart type

Avec les notations précédentes, on définit l'espérance de X par:

$$E(X)=x_i p_1+\ldots+x_n p_n$$

la variance par: $Var(X)=E(X-m)^2$

et l'écart type par: $\sigma(X)=\sqrt{Var(X)}$