

PROBABILITES

I. Vocabulaire des probabilités

Vocabulaire	Description	Exemple	Notation
Expérience aléatoire	Expérience dont les résultats dépendent du hasard	Lancer un dé à six faces	
Univers	Ensemble des résultats possibles	$\{1,2,3,4,5,6\}$	Ω
Événement	Une partie de l'univers	« Obtenir un nombre pair » = $\{2,4,6\}$	A (par ex)
Événement élémentaire	Un événement d'un seul résultat	« Obtenir un 5 » = $\{5\}$	
Événement impossible	Un événement sans résultat	« Obtenir un 7 » = \emptyset	

Soient A : « Obtenir un nombre pair » et B : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 » deux événements.

$$A = \{2,4,6\} \text{ et } B = \{1,2,3\}$$

Vocabulaire	Description	Exemple	Notation
Événement contraire de A	« Obtenir un nombre impair »	$\{1,3,5\}$	\bar{A}
Événement contraire de B	« Obtenir un nombre supérieur à 3 »	$\{4,5,6\}$	\bar{B}
Intersection de A et B	« Obtenir un nombre pair inférieur ou égal à 3 »	$\{2\}$	$A \cap B$
Réunion de A et B	« Obtenir un nombre pair ou un nombre inférieur ou égal à 3 »	$\{1,2,3,4,6\}$	$A \cup B$

II. Probabilité

Une probabilité P sur un univers fini est une application qui, à chaque événement élémentaire ω , associe un nombre réel $P(\omega)$ compris entre 0 et 1 tel que:

- La probabilité d'un événement soit la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent
- La probabilité de l'univers soit égale à 1.

Exemple: Lancer d'un dé à 6 faces.

$$A = \text{« Obtenir un nombre impair »} = \{1,3,5\} \quad P(A) = \frac{3}{6}$$

$$B = \text{« Obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 »} = \{1,2\} \quad P(B) = \frac{2}{6}$$

$$A \cup B = \{1,2,3,5\} \quad P(A \cup B) = \frac{4}{6} \quad \text{Donc } P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$$

$$\bar{B} = \text{« Obtenir un nombre supérieur strict à 2 »} = \{3,4,5,6\} \quad P(\bar{B}) = \frac{4}{6} = 1 - P(B)$$

Théorème:

Soit Ω un univers fini, A et B deux événements et P une probabilité définie sur Ω . Alors:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Le cas de l'équiprobabilité: si tous les événements élémentaires ont la même probabilité.

Alors pour tout événement A, $P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$