

## OUTILS DE GEOMETRIE PLANE

### I. Résultats importants

#### 1. Théorème de Pythagore

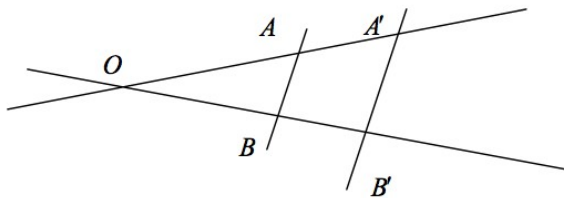
Théorème: Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Réciproque: Si le carré du plus grand des côtés d'un triangle est égal à la somme des carrés des autres côtés, alors ce triangle est rectangle et son grand côté est l'hypoténuse.

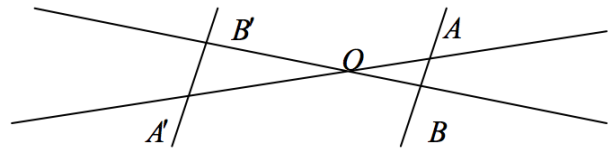
#### 2. Théorème de Thalès

Théorème:

première configuration:  $(AB) \parallel (A'B')$



deuxième configuration:  $(AB) \parallel (A'B')$



Dans les deux cas, nous avons:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}$$

Réciproque:

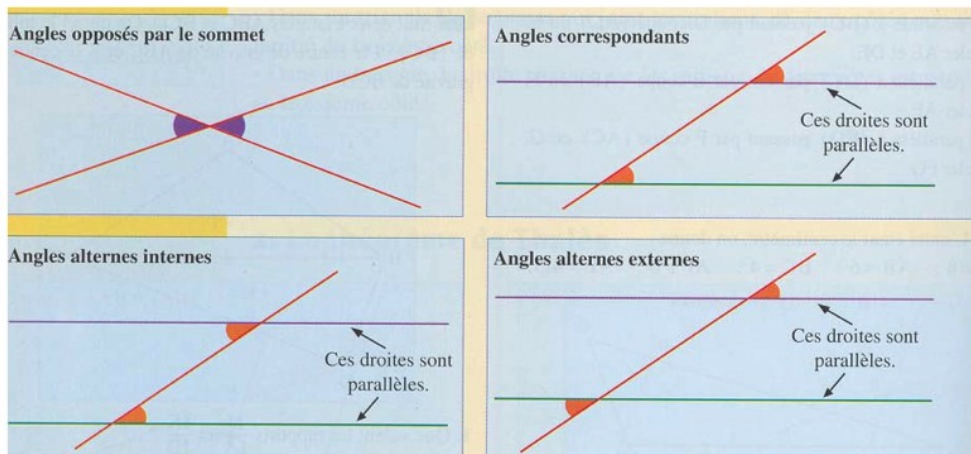
si  $OA'/OA = OB'/OB$ , alors  $(AB) \parallel (A'B')$

#### 3. Trigonométrie dans le triangle rectangle

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>\widehat{B} = \widehat{ABC}</math></li> <li>▪ <math>\widehat{A} = \widehat{BAC}</math></li> <li>▪ <math>\widehat{C} = \widehat{ACB}</math></li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\cos \widehat{A} = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{coté adjacent}}{\text{hypoténuse}}</math></li> <li>2) <math>\sin \widehat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{coté opposé}}{\text{hypoténuse}}</math></li> <li>3) <math>\tan \widehat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}}</math></li> </ol>
<p><b>Remarques:</b></p>	$\tan \widehat{A} = \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$	$\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$

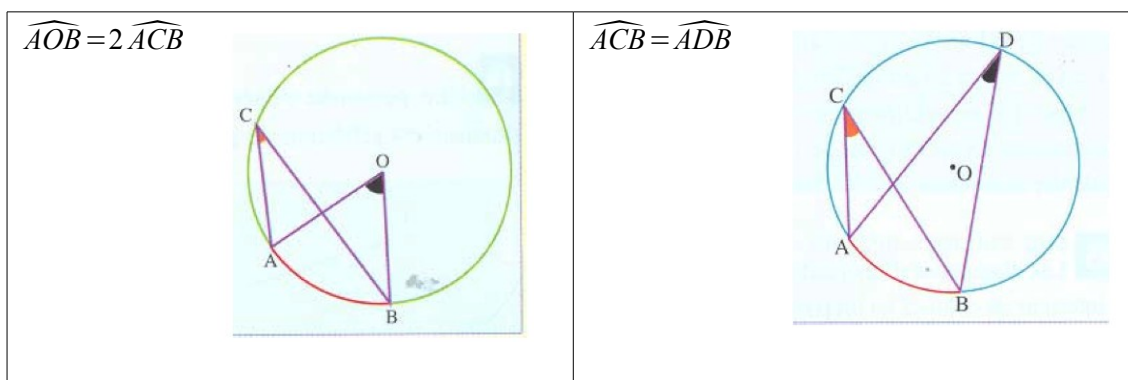
#### 4. Propriétés des angles

- **Angles d'un triangle:** la somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$
- **Angles de même mesure:**



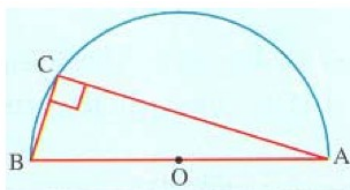
- **Angle au centre et angle inscrit:** Dans un cercle, la mesure de l'angle au centre est le double de celle d'un angle inscrit qui intercepte le même arc.

*Conséquence:* Deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.



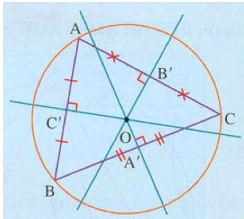
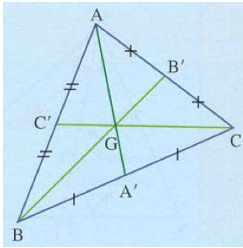
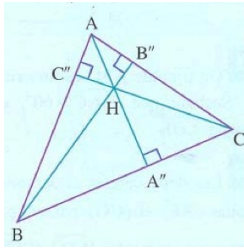
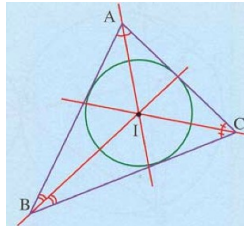
#### 5. Triangle inscrit dans un cercle

**Propriété 1:** Un triangle inscrit dans un cercle et ayant pour côté un diamètre de ce cercle est rectangle. Son hypoténuse est alors le diamètre de ce cercle.

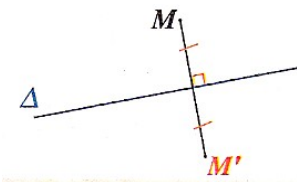
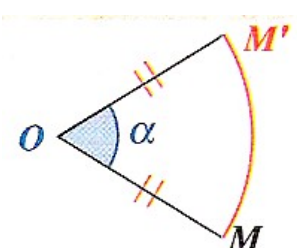
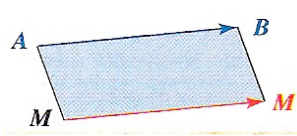


Propriété 2: Soit C un cercle de centre O. Soit D une tangente à C en un point T.  
Alors (OT) est perpendiculaire à D.

**6. Droites remarquables dans un triangle**

droites	médiatrices	médianes	hauteurs	bissectrices
point de concours	centre du cercle circonscrit	centre de gravité	orthocentre	centre du cercle inscrit
schéma				

**II. Les transformations du plan**

Transformation	« M a pour image M' » signifie	Schéma	Points invariants
<b>Symétrie axiale</b> d'axe $\Delta$	Si $M \in D, M' = M$ Si $M \notin D, D$ est la médiatrice de $[MM']$		Les points de $\Delta$
<b>Rotation</b> de centre O et d'angle $\alpha$	Si $M = O, M' = O$ Si $M \neq O$ ✓ $OM' = OM$ ✓ $\widehat{MOM'} =  \alpha $ ✓ De M vers M' dans le sens trigo si $\alpha > 0$ et dans le sens contraire si $\alpha < 0$		Le centre O
<b>Translation</b> de vecteur $\vec{AB}$	$\vec{MM'} = \vec{AB}$		Aucun

**Remarques:**

1. Sens trigo = sens inverse des aiguilles d'une montre
2. La symétrie centrale de centre  $O$  est la rotation de centre  $O$  et d'angle  $180^\circ$  (ou  $-180^\circ$ )

**Propriétés:**

1. Ces transformations conservent l'alignement, les distances, les angles géométriques et les aires.  
On les appelle isométries (du grec *isos*:égal et *métron*:mesure)
2. L'image d'une droite est une droite.
3. L'image de deux droites parallèles est constituée de deux droites parallèles. De même, l'image de deux droites perpendiculaires est constituée de deux droites perpendiculaires. (on dit qu'il ya conservation du parallélisme et de l'orthogonalité)