

## OUTILS DE CALCUL

### I. Reconnaître la forme d'une expression

Expression	Somme ou produit ?	Nombre de termes ou de facteurs
$3x$	Produit	2 facteurs
$5x^2 - 3x + 1$	Somme	3 termes
$4(2x + 3)$		
$x(x + 2) - 3x$		
$(x + 3)(x - 3)$		
$x^2 - 9$		
$4(x + 3)(x - 2) + 5x(x + 1) + 3(x + 4)$		
$2(x + 1) + 3x + 2$		

### II. Organiser un calcul

Ecrire le plus simplement possible les expressions proposées:

1.  $3(1 - x) + 2(3x - 2)$
2.  $(2x + y)(z - 3t) - (x - y)(2z + 3t)$
3.  $3(a - b + 3) - (b - 3)(a - 3)$
4.  $(c + 3d)^2 - (c - 3d)^2$
5.  $n^2 - (n - 1)^2$
6.  $(a + b)(a - b) + (b + c)(b - c) + (c + a)(c - a)$

### III. Développer, réduire et ordonner

Exemple 1: Développer, réduire et ordonner l'expression:  $f(x) = (x - 1)(2x - x^2 + 4)$

Ainsi,

$$f(x) = 2x^2 - x^3 + 4x - 2x + x^2 - 4$$

$$(x - 1)(2x - x^2 + 4)$$

(expression **développée**)

**Réduisons** entre eux les termes en  $x^2$  et de même les termes en  $x$ :  $f(x) = 3x^2 - x^3 + 2x - 4$

Nous pouvons enfin **ordonner**  $f(x)$  suivant les puissances croissantes (ou décroissantes) de  $x$ :

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2x - 4$$

Exemple 2: Développer et réduire  $A = (x + y)^2 + (x - y)y - (x - 2y)^2$

Développons les produits remarquables:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \quad \text{et} \quad (x - 2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$$

On a donc  $A = x^2 + 2xy + y^2 + xy - y^2 - (x^2 - 4xy + 4y^2)$

Soit  $A = x^2 + 2xy + y^2 + xy - y^2 - x^2 + 4xy - 4y^2$  (expression **développée**)

Enfin, la **réduction** demandée:  $A = 7xy - 4y^2$

#### IV. Factoriser

Rappel: Identités remarquables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

*Exemple 1: Factoriser*  $f(x) = -2(x-3) - 6x(x-3)$

*Exemple 2: Factoriser*  $f(x) = -5x(x+1) + (x+1)^2$

*Exemple 3: Factoriser*  $f(x) = 4x^2 + x + 1$  et  $g(x) = (2x-1)^2 - 25x^2$

*Exemple 4: Factoriser*  $f(x) = 4x^2 - 9 + (x+5)(2x-3)$

#### V. Résoudre une équation ou une inéquation

##### 1. Equations

*Exemple 1: Résoudre*  $3 - 2x = 5 - x$

*Exemple 2: Résoudre*  $(3x+1)(x-5) = 0$

*Exemple 3: Résoudre*  $x^2 = 9$

*Exemple 4: Résoudre*  $(5x-4)^2 - (3x+7)^2 = 0$

*Exemple 5: Résoudre*  $(2x-1)^2 + x(2x-1) = 0$

Propriétés:

- On peut ajouter ou soustraire le même nombre aux deux membres d'une égalité
- On peut multiplier ou diviser par le même nombre les deux membres d'une égalité.

##### 2. Inéquations

*Exemple 1: Résoudre*  $2x - 7 < 2(x-3) + x$

*Exemple 2: Résoudre*  $(x-1)(x+2) < 0$

*Exemple 3: Résoudre*  $(x+1)(x-2) > (x+1)^2$

*Exemple 4: Résoudre*  $(x+1)^2 - 4x^2 > 0$

Propriétés:

- On peut ajouter ou soustraire le même nombre aux deux membres d'une inégalité
- On peut multiplier ou diviser par le même nombre **POSITIF** les deux membres d'une inégalité
- Si on veut multiplier ou diviser par le même nombre **NEGATIF** les deux membres d'une inégalité alors

**ELLE CHANGE DE SENS.**