

Module: Construction des nombres à la règle et au compas

La règle non graduée et le compas étaient les seuls instruments de construction géométrique utilisés par les Grecs dans l'antiquité (Ve siècle avant J.C.) Ces instruments étaient quasiment divinisés car ils permettaient de construire droites et cercles, formes considérées comme parfaites.

Figurer des nombres par des segments et donc « construire des segments qui représentent des nombres donnés » sera un sujet de recherche qui traversa les siècles.

On se donne un axe de repère (OI)

Construction de nombres rationnels

1. Sur l'axe (OI), on se propose de construire le point M d'abscisse $\frac{2}{7}$. Pour cela:

- On trace une droite d différente de (OI) passant par O
- On choisit un point C différent de O sur cette droite
- On place, à l'aide du compas, sur [OC) le point A tel que $OA=7OC$ et le point M' tel que $OM'=2OC$
- On trace (IA)
- la parallèle à (IA) passant par M' coupe (OI) en M.

Justifier que M a pour abscisse $\frac{2}{7}$.

2. Construire de manière analogue le point d'abscisse $-\frac{7}{6}$.

Construction de nombres irrationnels

1. Soit ABC un triangle rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A.

a) Démontrer que: $\widehat{BAH} = \widehat{ACH}$.

b) En déduire que $\frac{AH}{BH} = \frac{HC}{AH}$ puis que $AH^2 = BH \times HC$

2. Sur la figure ci-contre, on suppose $BH=1$ et que $HC=a$.

Montrer que $AH = \sqrt{a}$

3. Sur l'axe (OI), construire les points d'abscisses $\sqrt{5}; \frac{3+\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2}-\sqrt{7}$