

MODULE: limite d'une fonction

I Calcul de limites

Déterminer les limites suivantes:

- | | | | |
|--|---|---|--|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 + 5$ | 6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{(x+1)^2}$ | 12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x^2+1}$ | 17. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}+1}{x+\sqrt{x}}$ |
| 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} + 2$ | 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} - 1 + \cos x$ | 13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(x+1)$ | 18. $\lim_{x \rightarrow 3^-} -\frac{1}{x-3}$ |
| 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x}}$ | 8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} + x - 1$ | 14. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x-1)(x^2-5)$ | 19. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{2-x}$ |
| 4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2}$ | 9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{x}$ | 15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{x^2+2}$ | 20. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x+1}$ |
| 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$ | 10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + x + 1$ | 16. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)$ | 21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x}$ |

II Forme indéterminée

Exemple: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2 + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{4}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{4}{x^2}} = 3$

Déterminer les limites suivantes:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x + 3}{x^2 + 5}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 1}{x^2 + 2}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 1}{2x^3 + 3}$

III Asymptotes horizontales et verticales

Horizontale	Verticale
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \text{nombre}$	$\lim_{x \rightarrow \text{nombre}} f(x) = \infty$
<i>f admet une asymptote horizontale d'équation y=nombre</i>	<i>f admet une asymptote verticale d'équation x=nombre</i>

Donner une interprétation graphique des limites suivantes:

$\lim_{x \rightarrow 7} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$

IV Asymptote oblique

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (ax+b) = 0$ alors $y=ax+b$ est asymptote oblique à la courbe C_f en ∞

- $f(x) = x + 3 + \frac{2}{x+1}$ Montrer que $y = x + 3$ est asymptote oblique à la courbe C_f en $+\infty$
- $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-3}$ Montrer que $y = 2x - 1$ est asymptote oblique à la courbe C_f en $-\infty$
- $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ Montrer que $y = 2x + 1$ est asymptote oblique à la courbe C_f en $+\infty$