

DEVOIR SURVEILLE n°4
corrigé

Exercice 1: (5 points)

1. $p_1 = \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$ et $p_2 = \frac{6}{10}$

2. a) valeurs prises par X : $\{-5; -4; 0; 1; 2; 3; 4\}$

b) loi de probabilité de X:

$X = x_i$	-5	-4	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

c) $E(X) = \frac{1}{10}(-5 + 2 \times -4 + 3 + 2 + 3 + 4) = -\frac{1}{10}$ représente la perte de 10 centimes d'euros si le joueur fait de nombreux tirages.

d)

$\left(x_i + \frac{1}{10}\right)^2$	-5	-4	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

3. Pour rendre le jeu équitable, il faut que $E(X) = 0$, en remplaçant la boule marquée 0 par une boule marquée 1, on aura bien $E(X) = 0$

Exercice 2: (5 points)

1. $P(A) = \frac{900}{1500} = \frac{3}{5}$ $P(B) = \frac{600}{1500} = \frac{2}{5}$ $P_A(D) = \frac{1}{100}$ $P_B(D) = \frac{5}{100}$

2. $P(D \cap A) = P_A(D) \times P(A) = \frac{3}{500}$ $P(D \cap B) = P_B(D) \times P(B) = \frac{1}{50}$

3. $D \cap A$ représentent les chaudières à cheminée présentant un défaut et $D \cap B$ les chaudières à ventouse présentant un défaut. Ils sont bien incompatibles.

Donc $P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) = \frac{3}{500} + \frac{1}{50} = \frac{13}{500} = 0,026$ et $P(\bar{D}) = 1 - \frac{13}{500} = \frac{487}{500} = 0,974$

Problème: (10 points)**Partie A**

1. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$

b) $g'(x) = e^{-x} - x e^{-x} = e^{-x}(1-x)$ donc $g'(x)$ est positif sur $[0; 1]$ et négatif sur $[1; +\infty[$

c)

x	0	1	$+\infty$
signe de g'		+	-
g	0	\nearrow $1/e$ \searrow	0

2. D'après le tableau de variation, on voit clairement que $g(x) \leq \frac{1}{e} < 1$

Partie B

1. a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ donc C_f admet une asymptote verticale en 0.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

c) $f'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{x} = \frac{-x e^{-x} + 1}{x} = \frac{1 - g(x)}{x}$

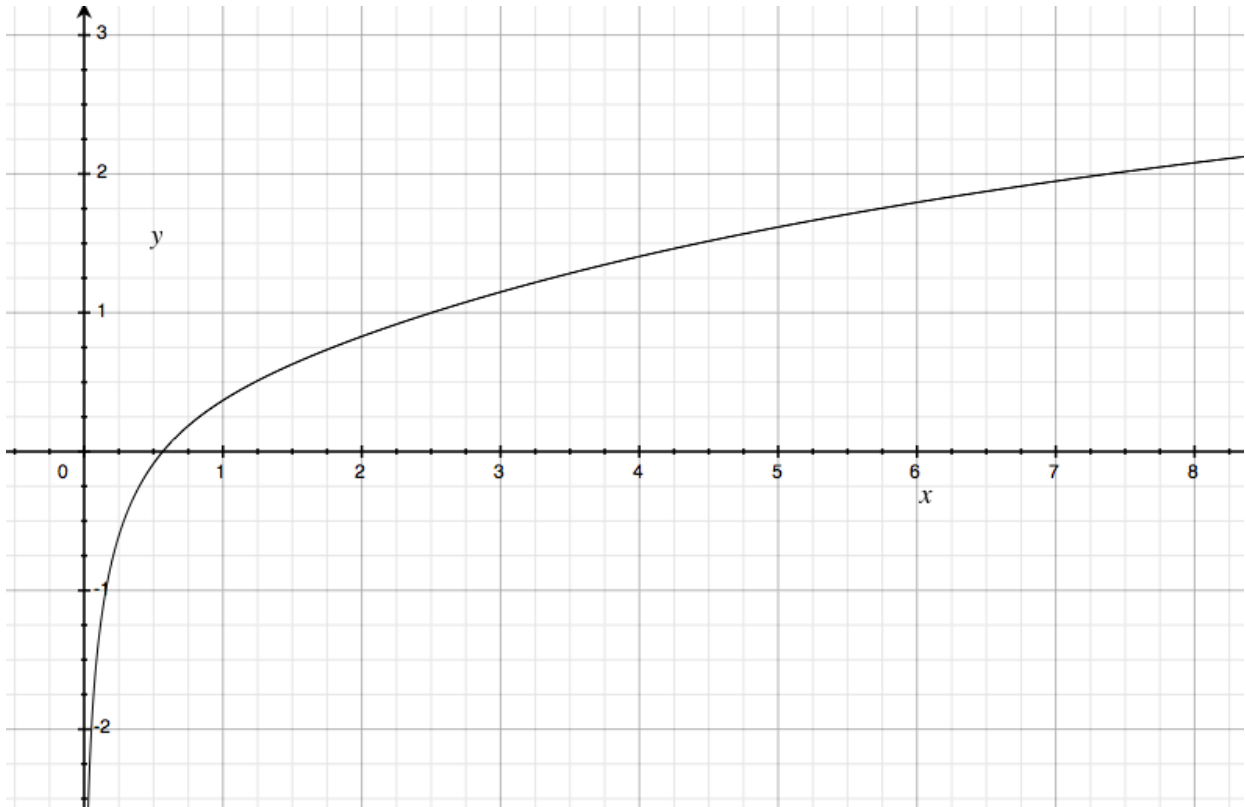
On a montré dans la question A.2 que $g(x) < 1$ sur $]0; +\infty[$ donc $1 - g(x) > 0$ sur $]0; +\infty[$.On en déduit que $f'(x) > 0$ sur $]0; +\infty[$

d)

x	0	$+\infty$
signe de f'		+
f	$-\infty$	\nearrow $+\infty$

2. D'après le tableau de variation, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans $]0; +\infty[$

On a $f(0,5) < 0$ et $f(0,6) > 0$ donc $0,5 < x_0 < 0,6$



Partie C

1. $G'(x) = \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln x$ donc $F(x) = -e^{-x} + x \ln x - x$ est une primitive de f .
2. On calcule les intégrales suivantes:

$$\int_1^2 f(x) dx = [-e^{-x} + x \ln x - x]_1^2 = -e^{-2} + 2 \ln 2 - 2 + e^{-1} + 1 = -e^{-2} + e^{-1} + 2 \ln 2 - 1$$

valeur exacte de S en $cm^2 = 16(-e^{-2} + e^{-1} + 2 \ln 2 - 1)$

valeur arrondie à 0,01 cm^2 près = 9,90 cm^2

$$\int_1^e f(x) dx = -e^{-e} + e - e + e^{-1} + 1 = 1 - e^{-e} + e^{-1}$$

valeur exacte de l'aire en $cm^2 = 16(1 - e^{-e} + e^{-1})$