DEVOIR SURVEILLE n°4
corrigé

Exercice 1:

1. $A = \ln 18 - \ln 8 = \ln 2 + 2\ln 3 - 3\ln 2 = 2\ln 3 - 2\ln 2$

   $B = 3(\ln 3 + 3\ln 2) + \ln 1 - 3\ln 3 = 9\ln 2$

2. $\ln 8 + \ln e^2 + 2\ln(4\sqrt{e}) = 3\ln 2 + 2 + 2\left(\ln 4 + \ln e^{\frac{1}{2}}\right) = 3\ln 2 + 2 + 2\left(\ln 4 + \frac{1}{2}\right)$

   $= 3\ln 2 + 2 + 4\ln 2 + 1 = 7\ln 2 + 3$

3. $f'(x) = \dfrac{2x+3}{x^2+3x+4}$

4. $F(x) = \dfrac{5}{2}\ln(x^2-1)$

Exercice 2:

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$ donc l'axe des ordonnées est asymptote verticale à C_f en 0.

2. a) $1 + \dfrac{2}{x} + \dfrac{\ln x}{x} = \dfrac{x}{x} + \dfrac{2}{x} + \dfrac{\ln x}{x} = f(x)$

   b) d'après l'expression précédente, on a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ car $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2}{x} = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

   c) d'après b), C_f admet une asymptote horizontale d'équation $y = 1$

3. a) en prenant l'expression de f trouvée au 2.a), on a:

   $$f'(x) = 0 - \frac{2}{x^2} + \frac{\frac{1}{x}x - \ln x}{x^2} = -\frac{2}{x^2} + \frac{1-\ln x}{x^2} = \frac{-1-\ln x}{x^2}$$

   b) $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -1 - \ln x > 0 \Leftrightarrow \ln x < -1 \Leftrightarrow x < e^{-1}$ donc $f'(x) < 0$ si $x > e^{-1}$

   c)

x	0		e^{-1}		$+\infty$
signe de f'		$+$		$-$	
f	$-\infty$	↗	$1+e$	↘	1

   Le maximum de f est atteint en e^{-1} et vaut 1+e.