DEVOIR SURVEILLE n°4

Exercice 1: (8 points)

1. Ecrire les nombres suivants en fonction de ln2 et ln3:

   $A = \ln 18 - \ln 8$ $\qquad\qquad$ $B = 3\ln 24 + \ln\left(\frac{1}{27}\right)$

2. Démontrer que $\ln 8 + \ln e^2 + 2\ln\left(4\sqrt{e}\right) = 7\ln 2 + 3$
3. Dériver la fonction *f* définie par $f(x) = \ln\left(x^2 + 3x + 4\right)$
4. Déterminer une primitive de la fonction *f* définie par $f(x) = \dfrac{5x}{x^2 - 1}$

Exercice 2: (12 points)

Le plan *P* est rapporté à un repère orthonormal $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

Soit *f* la fonction définie sur]0,+∞[par

$$f(x) = \frac{x + 2 + \ln x}{x}$$

La courbe représentative C_f de la fonction *f* dans le repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ est tracée sur la feuille ci-jointe

1. D'après le graphique, il semble que l'axe des ordonnées soit asymptote à la courbe C_f.

   Le prouver par le calcul.

2. a) Vérifier que pour tout *x* de]0;+∞[,

   $$f(x) = 1 + \frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}$$

   b) Déterminer la limite de *f* en +∞.

   c) En déduire l'existence d'une asymptote *D* à la courbe C_f. Donner son équation et la tracer sur la feuille ci-jointe.

3. a) Prouver que, pour tout *x* de]0;+∞[,

   $$f'(x) = \frac{-1 - \ln x}{x^2}$$

   b) Montrer que *f'(x)* s'annule en changeant de signe en e^{-1}.

   c) Établir le tableau de variation de *f*. Dans ce tableau, on donnera la valeur exacte du maximum de *f*.

- Feuille à rendre avec la copie -