DEVOIR SURVEILLE n°3
corrigé

Exercice 1:

1. $3y'-2y=0 \Leftrightarrow y'-\frac{2}{3}y=0$ Les solutions de (E) s'écrivent sous la forme $f(x)=k\,e^{\frac{2}{3}x}$, $k\in\mathbb{R}$
2. si $f(0)=2$ on a $k\,e^0=2 \Leftrightarrow k=2$ donc $f(x)=2\,e^{\frac{2}{3}x}$

Exercice 2:

3. Les solutions de (E_0) s'écrivent sous la forme $f(x)=k\,e^{4x}$, $k\in\mathbb{R}$
4. si h est une solution particulière de (E) alors on a $h'-4h=2\,e^{3x}$
   or $h(x)=a\,e^{3x}$ et $h'(x)=3a\,e^{3x}$ ce qui nous donne:
   $3a\,e^{3x}-4a\,e^{3x}=2\,e^{3x}$ soit $-a=2$ c'est à dire $a=-2$ d'où $h(x)=-2\,e^{3x}$
5. La solution générale de (E) est donc $f(x)=k\,e^{4x}-2\,e^{3x}$, $k\in\mathbb{R}$.
6. *f* solution de *(E)* avec $f(0)=0$ donne $k\,e^0-2\,e^0=0$ c'est à dire $k=2$
   donc la solution cherchée est donnée par $f(x)=2(e^{4x}-e^{3x})$

Exercice 3:

1. on a $s(x)=x\,e^{-x}$ et donc $s'(x)=e^{-x}-x\,e^{-x}=e^{-x}(1-x)$. On remplace dans le premier membre de l'équation, ce qui donne $x\,s'-s=x\,e^{-x}(1-x)-x\,e^{-x}=-x^2\,e^{-x}$. La fonction *s* est donc bien solution de l'équation *(E)*
2. $xy'-y=0 \Leftrightarrow y'=\frac{y}{x}$ Les solutions de (E_0) sont données par $f(x)=k\,e^{A(x)}$avec A primitive de $\frac{1}{x}$.
   donc $f(x)=k\,e^{\ln x}$ soit $f(x)=kx$ avec $k\in\mathbb{R}$.
3. La solution générale de (E) est donc $f(x)=kx+x\,e^{-x}$ avec $k\in\mathbb{R}$.
4. si g est solution de (E) alors $g(x)=kx+x\,e^{-x}$ donc $g(1)=k+e^{-1}$
   or $g(1)=1+\frac{1}{e}$ d'où $k=1$. La fonction g s'écrit donc $g(x)=x(1+e^{-x})$