

DEVOIR SURVEILLE n°1

Exercice 1: (4 points)

1. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle

$$2y' + y = 0$$

2. Résoudre sur $]0; +\infty[$ l'équation différentielle

$$xy' + y = 0$$

3. a) Déterminer les nombres réels a et b tels que l'on ait, pour tout réel x ,

$$\frac{1-x}{1+x} = a + \frac{b}{x+1}$$

- b) Résoudre sur $] -1; +\infty[$ l'équation différentielle

$$(x+1)y' + (x-1)y = 0$$

Exercice 2: (5 points)

Une comparaison à un modèle d'écoulement amène à considérer que la vitesse d'écoulement v_0 d'un liquide dans un tube cylindrique est solution de l'équation différentielle

$$(E) \quad 4v' + v = 3e^{\frac{x}{2}} - 1$$

avec la condition initiale $v_0 = 0$

- Résoudre l'équation différentielle $4v' + v = 0$
- Déterminer les constantes A et B pour que la fonction u définie sur \mathbb{R} par

$$u(x) = A e^{\frac{x}{2}} + B$$

soit une solution particulière de l'équation (E).

- Résoudre l'équation (E) sur \mathbb{R}
- Déterminer la solution particulière vérifiant $v(0) = 0$.

Exercice 3: (11 points)

- On note $y(t)$ la température en degrés Celsius d'une réaction chimique en fonction du temps t , t étant exprimé en heures.

Après étude, on constate que la température est solution de l'équation différentielle

$$(E) \quad y' + y = e^{-0,25t}$$

avec la condition initiale $y(0) = 20$

a) Résoudre sur $]0;+\infty[$ l'équation

$$(E_0) \quad y' + y = 0$$

b) Déterminer le nombre réel k tel que la fonction g définie par $g(t) = k e^{-0,25t}$ soit une solution particulière de l'équation (E) .

c) En déduire la solution générale de (E) .

d) Déterminer la solution de (E) satisfaisant la condition initiale.

2. On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ particulière

$$f(t) = \frac{1}{3} (56 e^{-t} + 4 e^{-0,25t})$$

a) Étudier la limite de f quand t tend vers $+\infty$.

b) Déterminer la fonction dérivée de f

c) Étudier le signe de $f'(t)$ pour $t \in [0;+\infty[$. En déduire le tableau de variation de f .

d) Dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unités graphiques: 2 cm ou 2 grands carreaux pour 1 h sur l'axe des abscisses, et 1 cm ou 1 grand carreau pour 1 degré sur l'axe des ordonnées) représenter graphiquement la fonction f .