

## DM

### *La trajectoire de la fusée*

On essaie une fusée du haut d'un immeuble de 20 mètres, et on étudie la trajectoire .  
On note  $x$  le temps en secondes et  $f(x)$  la hauteur en mètres de la fusée en fonction du temps.

On a:  $f(x) = -30x^2 + 60x + 20$  .

Etude de la fonction  $f$ :

a) Recopier et remplir le tableau suivant :

$x$	0	0,25	0,5	0,75	1	...	2	2,25	2,3
$f(x)$									

b) Représenter la fonction  $f$  sur un graphique pour  $x$  appartenant à  $[0 ; 2,3]$ . ( on prendra 2 cm pour 0,25 seconde et 0,5 cm pour 1 mètre de hauteur) (il manque 0,5 cm)

c) Démontrer que  $f(x) = -30(x-1)^2 + 50$

d) Démontrer que  $f(x) \leq 50$  pour tout  $x$ .

e) En déduire que  $f$  admet un maximum en précisant la valeur de  $x$  correspondante.

f) Faire le tableau de variation de  $f$  pour  $x$  appartenant à  $[0 ; 2,3]$ .

Recherche du temps d'impact :

a) Que constatez-vous pour  $f(x)$  en 2,3 ?

Trouver avec votre calculatrice un nombre  $k$  tel que  $0 \leq f(k) \leq 10^{-1}$  .

b) Montrer que  $f(x) = -30((x-1)^2 - a^2)$  où  $a$  est un nombre à déterminer.

c) A partir de la question précédente factoriser  $f(x)$ .

d) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ,  $f(x) = 0$ .

e) En déduire le temps  $T$  nécessaire à la fusée pour qu'elle touche le sol à  $10^{-3}$  près .

Calcul des vitesses instantanées de la fusée :

a) Montrer que  $f(a+h)$  peut s'écrire  $f(a) + (-60a + 60).h + h.j(h)$  où il faudra préciser  $j(h)$ .

b) En déduire que pour  $a$  appartenant à  $[0 ; X_0]$ ,  $f$  est dérivable en  $a$  et en déduire  $f'(a)$ .

(Attention: on prendra ici la valeur absolue du coefficient directeur de la tangente pour exprimer la vitesse instantanée en m/s ( car on parle de hauteur ) )

c) Calculer l'équation de la tangente pour  $x=0$ . Représenter cette tangente graphiquement et donner la vitesse de départ de la fusée en km/h.

d) Calculer l'équation de la tangente pour  $x = 1$ . Représenter cette tangente et calculer la vitesse instantanée de la fusée pour  $x=1$  en km/h.

e) Calculer l'équation de la tangente pour  $x = 2$ . Représenter cette tangente et calculer la vitesse instantanée de la fusée pour  $x=2$  en km/h.

f) Calculer l'équation de la tangente pour  $x = T$ . Représenter cette tangente et calculer la vitesse instantanée au moment de l'impact ( en km/h ) .