

DERIVATION

I Dérivée et tangente

Définition:

Soit f une fonction dérivable en x_0 . On appelle tangente à C_f , courbe représentative de f au point d'abscisse x_0 la droite passant par le point de coordonnées $(x_0, f(x_0))$ et de coefficient directeur $f'(x_0)$.

Théorème:

Soit f une fonction dérivable en x_0 . L'équation de la tangente à C_f au point $A(x_0, f(x_0))$ est:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Exemple: $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ définie sur $]2, +\infty[$, on trouve $y = -3x + 13$

II Dérivation des fonctions composées

Rappel: On appelle fonction composée de v par u et notée $f = v \circ u$ la fonction définie par:

$$f(x) = v(u(x))$$

Théorème:

Si v est une fonction dérivable sur un intervalle I de \mathbb{R} et si u est une fonction dérivable d'un intervalle J de \mathbb{R} à valeurs dans I , alors la fonction $f = v \circ u$ est dérivable sur J et $f'(x) = v'(u(x))u'(x)$

$$(v \circ u)'(x) = v'(u(x))u'(x)$$

Exemples: Déterminer la dérivée de $f(x) = (4x - 5)^3$ et de $g(x) = \sqrt{3x^2 + 1}$

III Dérivées successives

Définition: Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de \mathbb{R} de fonction dérivée f' .

- si f' est dérivable sur I , on dit que f est deux fois dérivable sur I , et la fonction dérivée de f' , notée f'' est appelée fonction dérivée seconde de f .
- On définit de même f''' notée aussi $f^{(3)}$, et ainsi de suite.

Exemple: $f(x) = (2x + 3)^3$ $f'(x) = 6(2x + 3)^2$ $f''(x) = 48(2x + 3)$

Notation différentielle: en physique, on note $f' = \frac{df}{dx}$ et $f'' = \frac{d^2f}{dx^2}$