

LA FONCTION EXPONENTIELLE

I Définition:

On appelle fonction exponentielle, et on note \exp , la fonction qui, à tout réel x associe l'unique réel $y = \exp(x)$, tel que $\ln y = x$. (on dit que l'exponentielle est la fonction réciproque de \ln)
L'exponentielle de x est noté $\exp(x)$.

II Propriétés immédiates:

$$Df = \mathbb{R} \quad \exp(1) = e \quad (\text{car } \ln e = 1) \quad \exp(0) = 1 \quad (\text{car } \ln 1 = 0)$$

Pour tout nombre réel x :

1. $\ln(\exp(x)) = x$ est un nombre strictement positif.
2. $\exp(x)$

Pour tout nombre réel x strictement positif:

$$\exp(\ln x) = x$$

III Propriétés algébriques

$$\exp(x+y) = \exp(x) * \exp(y)$$

démonstration: $x+y = \ln(\exp(x)) + \ln(\exp(y)) = \ln(\exp(x) * \exp(y))$ donc $\exp(x+y) = \exp(x) * \exp(y)$

on adopte donc la notation $\exp(x) = e^x$

$$\frac{1}{e^x} = e^{-x} \quad \text{démonstration: } e^x e^{-x} = e^0 = 1$$

$$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$$

$$(e^x)^n = e^{nx} \quad \text{pour } n \in \mathbb{N}$$

III Représentation graphique:

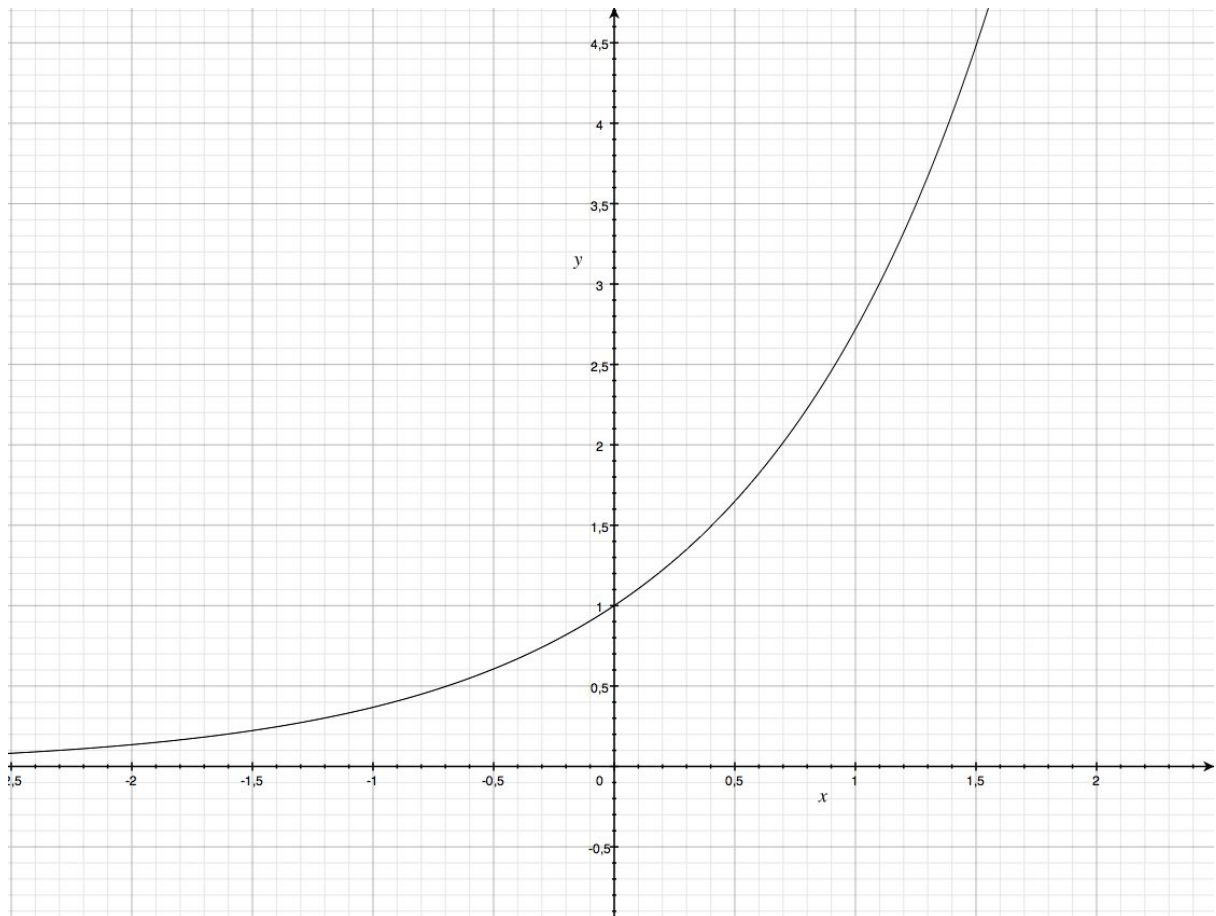
$$f(x) = e^x \quad f'(x) = e^x$$

La fonction exponentielle est *strictement croissante* sur \mathbb{R} .

| | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| <i>signe de f'</i> | + | |
| f | 0 | $+\infty$ |

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad (\text{asymptote horizontale en } -\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$



Exercices:

1. Simplifier:

a) $e^{5 \ln x}$

b) $\frac{e^{4x}}{e^{2x}}$

2. Dériver:

$$f(x) = e^{4x+3}$$