

ACTIVITE: la fonction logarithme

Historique

Au cours du XVI^e siècle et au début du XVII^e siècle, les calculs (astronomie, navigation, commerce, ...) étaient devenus d'une effroyable complexité.

L'idée directrice d'une simplification de ces calculs est le remplacement des multiplications par des additions moyennant une table de correspondance. On doit à John Neper, mathématicien écossais, la mise au point de la première table de logarithmes. Comme c'est souvent le cas, l'introduction de cette technique de calcul conduisit à des études théoriques qui permirent de dégager la notion de fonction logarithme, puis celle de fonction exponentielle. Ces fonctions jouent un rôle capital en Mathématiques et dans maintes disciplines: Physique, Mécanique, Economie, Géographie...



Activité

Nous nous intéressons à la recherche d'une correspondance entre nombres qui transformerait les produits en sommes. De façon plus précise, recherchons les fonctions f telles que:

Pour tous réels $f(ab) = f(a) + f(b)$ (égalité (E))

1. En posant $a = b = 1$ dans l'égalité (E), calculer $f(1)$
2. Montrer que si f est définie pour $x = 0$ alors f est la fonction nulle
3. On définit donc cette fonction sur $]0; +\infty[$. Soit $a > 0$, on pose $g(x) = f(ax) - f(x)$
Pourquoi peut-on dire que g est une fonction constante ?
4. En déduire la valeur de $g'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.
5. Montrer que $g'(1) = af'(a) - f'(1) = 0$
6. On pose $f'(1) = k$. Donner l'expression de $f'(a)$ en fonction de a et de k
7. Montrer que f est la primitive de la fonction $\frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$, qui s'annule en 1.

II
LOGARITHMES DES NOMBRES DE 1 A 10 000

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	00 000	043	087	130	173	217	260	303	346	389
1	432	475	518	561	604	647	689	732	775	817
2	860	903	945	988	030	072	115	157	199	242
3	04 284	326	368	410	452	494	536	578	620	662
4	703	745	787	828	870	912	953	995	036	078
5	02 119	160	202	243	284	325	366	407	449	490
6	531	572	612	653	694	735	776	816	857	898
7	938	979	019	060	100	141	181	222	262	302
8	03 342	383	423	463	503	543	583	623	663	703
9	743	782	822	862	902	941	981	021	060	100