**DEVOIR SURVEILLE n°3**

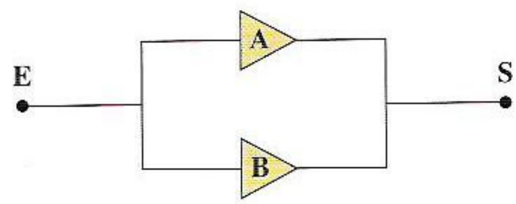
**Exercice 1:**

Dans un magasin, on stocke des ampoules électriques: 25 ampoules de 40 watts, 18 de 60 watts, 30 de 75 watts et 45 de 100 watts.
On prend une ampoule au hasard et on suppose que chaque ampoule a la même probabilité d'être tirée.
Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants:
A: « l'ampoule prise au hasard a une puissance de 75 watts »
B: « l'ampoule prise au hasard a une puissance d'au moins 60 watts »
C: « l'ampoule prise au hasard a une puissance d'au plus 60 watts »?

**Exercice 2:**

Un système est formé de deux amplificateurs A et B qui n'interfèrent pas l'un sur l'autre. A partir d'un signal appliqué à l'entrée E, on obtient un signal à la sortie si au moins un des deux amplificateurs fonctionne.

On note respectivement les événements:
A: « A fonctionne »
B: « B fonctionne »
S: « il existe un signal à la sortie »




1. On suppose que $P(A)=0,8$, $P(B)=0,9$ et $P(A\cap B)=0,72$.

Calculer la probabilité qu'il y ait un signal à la sortie.
En déduire la probabilité qu'il n'y ait pas de signal de sortie.

2. On suppose maintenant que A ne fonctionne pas dans 30 % des cas, que B fonctionne dans 85% des cas et que, dans 5% des cas, on n'a pas de signal à la sortie.

Calculer la probabilité pour que A et B fonctionnent simultanément.

**Exercice 3:**

Une urne contient 4 boules blanches, 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne.

1. Quelle est la probabilité de tirer deux boules blanches ?
2. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de même couleur ?
3. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes ?

**Exercice 4:**

L'entreprise a fabriqué en un mois 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse. Dans ce lot, 1 % des chaudières à cheminée sont défectueuses et 5 % des chaudières à ventouse sont défectueuses.

On prélève au hasard un chaudière dans la production de ce mois. Toutes les chaudières ont la même probabilité d'être prélevées.

On considère les événements suivants :

A :" La chaudière est à cheminée " ;

B :" La chaudière est à ventouse ";

D : "La chaudière présente un défaut ".

1. Déterminer P(A), P(B) , P(D/A) et P(D/B).
2. Calculer P(D∩A) et P(D∩B).
3. En remarquant que D = (D∩A) ∪ (D∩B) et que les événements (D∩A) et (D∩B) sont incompatibles, calculer P(D) et P( $\overline{D}$ ).

**Exercice 5:**

Développer, à l'aide de la formule du binôme:

$A=(a-3)^5$ , où $a$ est un réel quelconque.

**Problème: ( A FAIRE EN 2ème HEURE SUR UNE AUTRE COPIE)**

***Partie A – Questions préliminaires***

Soit $g$ la fonction définie sur [0;+∞[ par: $g(x)=x\,\mathrm{e}^{-x}=\dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$ .

1. a) Déterminer la limite de la fonction g en +∞.
   b) Calculer $g'(x)$ et étudier son signe, pour $x$ appartenant à [0;+∞[.
   c) Dresser le tableau de variation de la fonction $g$.
2. En utilisant 1c), montrer que, pour tout $x$ appartenant à [0;+∞[, $g(x)<1$ .

***Partie B – Etude et représentation graphique d'une fonction***

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle ]0;+∞[ par: $f(x)=\mathrm{e}^{-x}+\ln x$ .

On note $C_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité graphique 4 cm).

1. a) Déterminer la limite de la fonction $f$ en 0.
   En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $C_f$.
   b) Déterminer la limite de la fonction $f$ en +∞.
   c) Montrer que $f'(x)=\dfrac{1-g(x)}{x}$ .
   En utilisant la question A.2., montrer que pour tout $x$ appartenant à ]0;+∞[, $f'(x)>0$ .
   d) Dresser le tableau de variation de la fonction $f$.
2. Montrer que l'équation *f(x)=0* admet une solution unique, notée $x_0$ , dans ]0;+∞[.
   Montrer que $0{,}5<x_0<0{,}6$ .
3. Tracer la courbe $C_f$ dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

***Partie C – Calcul d'aire***

Soit $G$ la fonction définie sur ]0;+∞[ par $G(x)=x\ln x-x$ .

1. Calculer *G'(x)*. En déduire une primitive de $f$ sur ]0;+ ∞[.
2. Calculer, en cm², l'aire $S$ de la partie du plan comprise, sur le graphique, entre l'axe des abscisses, la courbe $C_f$, et les droites d'équations respectives *x=1* et *x=2*.
   On donnera la valeur exacte de $S$ et sa valeur arrondie à 0,01 cm² près.
1. Calculer la valeur exacte de l'aire, en cm², de la surface comprise, sur le graphique, entre la courbe $C_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=e$ .