

Devoir surveillé n°1 - corrigé

Exercice 1 Amplificateurs

1. Probabilité qu'il y ait un signal à la sortie : $P(A \cup B) = 0,8 + 0,9 - 0,72 = 0,98$
 Probabilité qu'il n'y ait pas de signal de sortie : $1 - P(A \cup B) = 1 - 0,98 = 0,02$
2. A ne fonctionne pas dans 30 % des cas, donc $P(A) = 0,7$
 B fonctionne dans 85% donc $P(B) = 0,85$ et dans 5% des cas, on n'a pas de signal à la sortie, donc $P(A \cup B) = 0,95$.
 On a donc $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,6$

Exercice 2 Chaudières

1. $P(A) = 3/5$, $P(B) = 2/5$, $P_A(D) = 1/100$ et $P_B(D) = 5/100$
2. $P(D \cap A) = P_A(D) \times P(A) = 3/500 = 0,006$ et $P(D \cap B) = P_B(D) \times P(B) = 1/50 = 0,02$
3. $D \cap A$ représentent les chaudières à cheminée présentant un défaut et $D \cap B$ les chaudières à ventouse présentant un défaut. Ils sont bien incompatibles.
 Donc $P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) = 0,026$ et $P(\bar{D}) = 1 - 0,026 = 0,974$.

Exercice 3 Equations différentielles

1. La solution générale de (E_0) s'écrit $y(x) = ke^{-G(x)}$ avec G primitive de 1, c'est à dire $G(x) = x$. On obtient donc

$$y(x) = ke^{-x} \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}$$

2. On remplace y par g dans le premier membre de l'équation (E) . On doit donc calculer g' :

$$g'(x) = (2x + 3)e^{-x} - (x^2 + 3x)e^{-x} = e^{-x}(-x^2 - x + 3)$$

Ainsi, on a

$$g' + g = e^{-x}(-x^2 - x + 3) + (x^2 + 3x)e^{-x} = e^{-x}(-x^2 - x + 3 + x^2 + 3x) = (2x + 3)e^{-x}$$

donc g est bien une solution particulière de l'équation différentielle (E) .

3. La solution générale sur \mathbb{R} de l'équation différentielle (E) s'écrit donc :

$$y(x) = ke^{-x} + (x^2 + 3x)e^{-x} \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}$$

4. $f(0) = 1 \Leftrightarrow ke^0 + 0 = 1$ donc $k = 1$ et la solution particulière f s'écrit

$$f(x) = e^{-x}(x^2 + 3x + 1)$$